Олимпиада Юношеской Математической Школы 2011 г.
Задачи первого (заочного) тура
5–6 классы

1. Число называется перевертышем, если оно не меняется, когда его цифры переставляют в обратном порядке. Может ли сумма двух трехзначных перевертышей быть четырехзначным перевертышем? Объясните свой ответ.
2. У Шурика, Эрика, Юрика и Ярика спросили, кто из них самый младший. Шурик ответил: «Уж точно не я». Эрик подхватил: «И не я!». Юрик сказал, что младший Эрик, а Ярик указал на Юрика. Только один из них сказал правду. Кто же самый младший?
3. Учитель обвел черной ручкой на клетчатом листе бумаги прямоугольник 6×7 клеток. Ваня хочет нарисовать внутри него синий квадратик, а внутри синего — красный квадратик. При этом все прямоугольники рисуются по клеточкам, а обводить уже нарисованные линии нельзя. Сколько разных картинок у него может получиться?
4. Винни-Пух съедает в будний день по килограмму меда, в субботу — по 2 кг, в воскресенье — по 5 кг. В новогоднюю ночь Винни-Пух с интересом обнаружил, что за год им съедено 629 кг любимого продукта. Рассвет какого дня недели сменит новогоднюю ночь? Объясните свой ответ.
5. У двух малышей есть два одинаковых набора из 36 кубиков. Вася разложил их на семь кучек и утверждает, что в каждой кучке все кубики одинаковые. Гена разложил свои кубики на пять кучек и утверждает, что в каждой кучке все кубики разные. Докажите, что кто-то из них ошибается.
6. На бумажную ленту выписали подряд без пропусков все числа от 1 до 33 (так, что получилось одно многозначное число). После этого ленту разрезали на карточки так, что на каждой карточке оказалось число, меньшее 1000. Докажите, что произведение чисел на всех карточках делится на 32.
7. У Миши есть прямоугольник 4×100 клеточек. Даша закрашивает в нем клеточки в каком-то порядке. Но Миша запретил ей закрашивать клеточку, двумя или более сторонами примыкающую к уже закрашенным клеточкам. Какое наибольшее количество клеточек Даша может закрасить таким образом?

Олимпиада Юношеской Математической Школы 2011 г.
Задачи первого (заочного) тура
7–8 классы

1. Миша и Соня добирались из деревни в город — частью пешком, частью на телеге, которая едет втрое быстрее пеших ребят. Миша ровно полпути прошел пешком, а Соня проехала на телеге половину того времени, что затратил Миша на дорогу. Какую часть пути Соня проехала на телеге?
2. Однажды ночью на поле приземлились три летающие тарелки — красная, зеленая и синяя. Каждая из них густо усыпала порошком своего цвета некий треугольный участок. Наутро удивленные жители обнаружили, что пересечение красного и зеленого участков имеет форму треугольника, пересечение красного и синего — четырехугольное, а зеленого и синего — пятиугольное. Может ли при этом пересечение всех трех участков быть шестиугольным?
3. У двух малышей есть два одинаковых набора из 36 кубиков. Вася разложил их на семь кучек и утверждает, что в каждой кучке все кубики одинаковые. Гена разложил свои кубики на пять кучек и утверждает, что в каждой кучке все кубики разные. Докажите, что кто-то из них ошибается.
4. На шоссе длиной 2000 км расставлены «стометровые» столбики (через каждые 100 м). Около одного из них, на растоянии ровно 900 км от начала дороги, находится железнодорожный переезд. Руководство хочет поставить возле некоторых столбиков полицейских так, чтобы полицейские стояли через одинаковые промежутки, причем первый стоял возле первого столбика (в начале дороги), а переезд находился на равных расстояниях от двух ближайших к нему полицейских. Сколькими способами это можно сделать?
5. В деревне есть шесть домов, стоящих по кругу, в каждом живет по старожилу. Про любых двух старожилов можно отправить запрос в компьютерную базу и выяснить, являются ли они соседями. Можно ли гарантированно выявить таким образом какую-нибудь пару соседей, если о каждом человеке можно спрашивать не более двух раз?
6. Вася играет сам с собой в игру. Вначале он пишет на доске положительное число (не обязательно целое). За один ход он может стереть наименьшее число (одно из наименьших, если их несколько), разбить его на два положительных слагаемых x и y и записать на доску два числа $2x$ и $3y$ (например, стерев число 3, можно записать 2 и 6, что соответствует $x = 1$, $y = 2$). Может ли Вася добиться того, чтобы в тот момент, когда на доске окажутся 2011 чисел, все они были равны единице?
7. У Миши есть прямоугольник 4×100 клеточек. Даша закрашивает в нем клеточки в каком-то порядке. Но Миша запретил ей закрашивать клеточку, двумя или более сторонами примыкающую к уже закрашенным клеточкам. Какое наибольшее количество клеточек Даша может закрасить таким образом?

Решения олимпиады Вы можете **с 5 по 8 октября** (включительно) с 16:00 до 19:00 сдать по адресу: *14 линия Васильевского острова, дом 29.* Также Вы можете отправить свою работу по почте **до 8 октября** на адрес: *198504, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ. ЮМШ.* Контактный телефон ЮМШ: 445-05-38. Веб-сайт: `http://yumsh.spbu.ru`